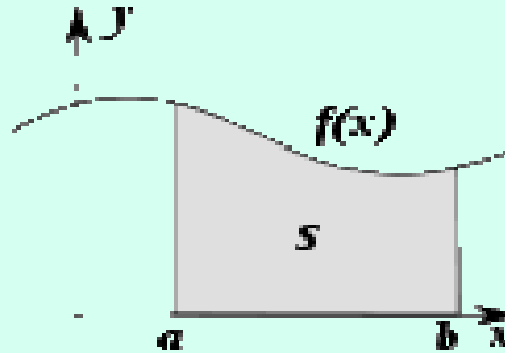


Чисельне інтегрування

Визначений інтеграл чисельно рівний площі фігури, обмеженої віссю абсцис, прямими $x = a$ і $x = b$ і графіком функції $f(x)$.

$$\int_a^b f(x) dx$$

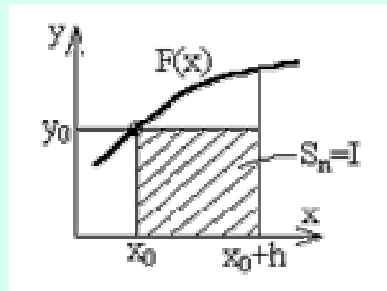


Методи чисельного інтегрування

1. Метод прямокутників
2. Метод трапецій
3. Метод парабол (метод Сімпсона)
4. Метод Гаусса
5. Метод Гаусса-Кронрода
6. Метод Чебишева
7. Методи Монте-Карло
8. Методи Рунге-Кутти

Чисельне інтегрування

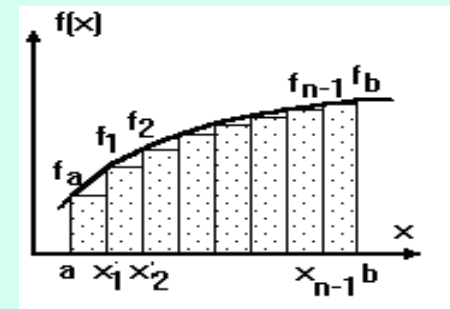
Метод прямокутників



$$I = \int_{x_0}^{x_0+h} F(x) dx \approx y_0 \cdot h$$

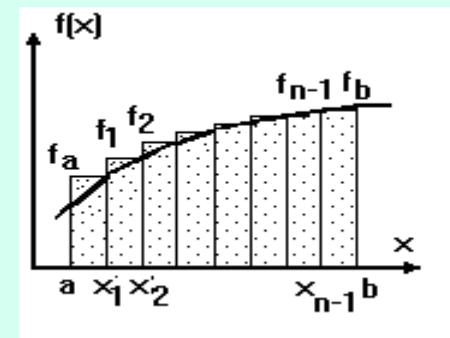
складений із «вхідних» прямокутників, також називається формулою лівих прямокутників

$$\int_a^b f(x) dx \approx h \cdot (f_a + f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_{n-1}) \quad h = \frac{b-a}{n}$$



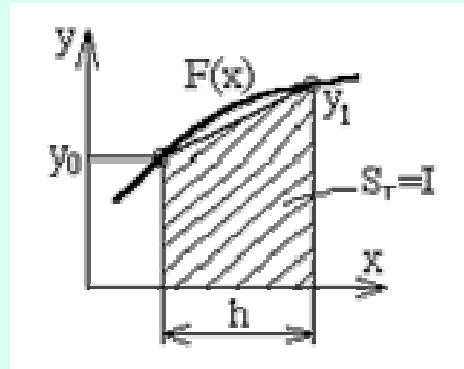
складений із «вхідних» прямокутників, також називається формулою правих прямокутників

$$\int_a^b f(x) dx \approx h \cdot (f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_{n-1} + f_b) \quad h = \frac{b-a}{n}$$



Чисельне інтегрування

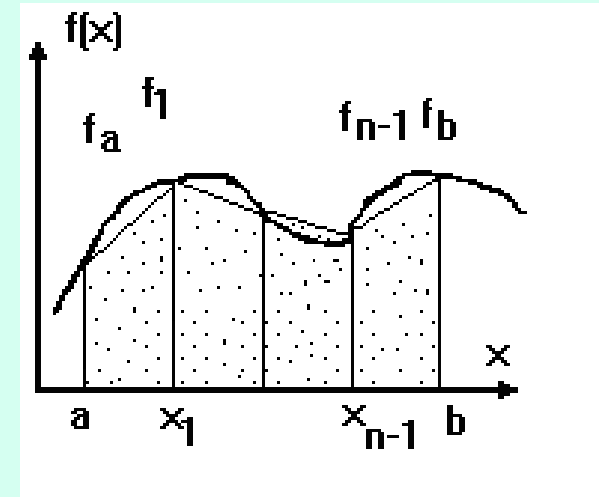
Метод трапецій



$$I = \int_{x_0}^{x_0+h} F(x) dx \approx \frac{y_0 + y_1}{2} \cdot h$$

$$\int_a^b f(x) dx \approx h \cdot \left(\frac{f_a}{2} + f_1 + f_2 + \dots + f_{n-1} + \frac{f_b}{2} \right)$$

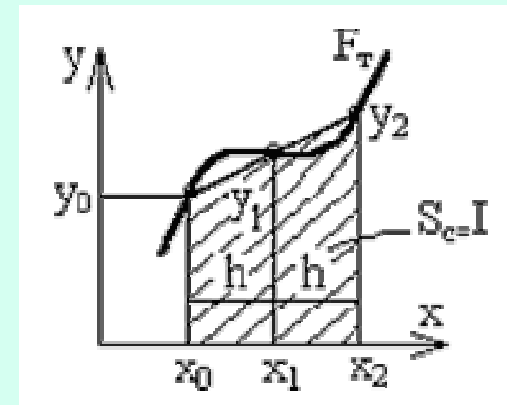
$$h = \frac{b-a}{n}$$



Чисельне інтегрування

Метод парабол (метод Сімпсона)

$$I = \int_{x_0}^{x_0+2h} y(x) dx = \int_0^{2h} y_0 A_0(x) dx + \int_0^{2h} y_1 A_1(x) dx + \int_0^{2h} y_2 A_2(x) dx =$$
$$I = \frac{y_0 h}{3} + \frac{4y_1 h}{3} + \frac{y_2 h}{3} = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2)$$



$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3} \cdot (f_a + 4 \cdot f_1 + 2 \cdot f_2 + 4 \cdot f_3 + \dots + 4 \cdot f_{n-1} + f_b)$$

$$h = \frac{b-a}{n}$$

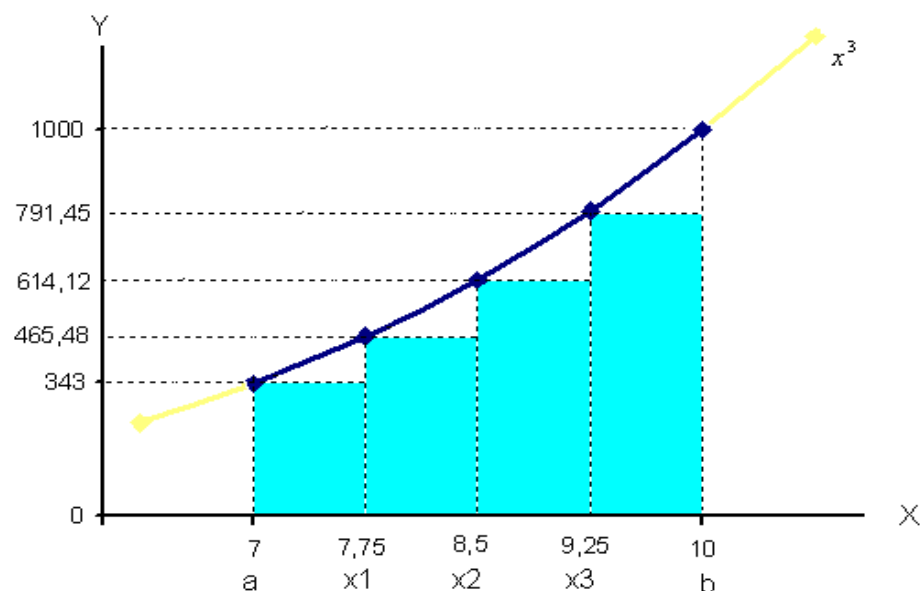
n – парне число

Чисельне інтегрування

Вирахуємо визначений інтеграл аналітично

$$\int_7^{10} x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_7^{10} = \frac{10^4}{4} - \frac{7^4}{4} = 1899,75$$

Вирахуємо визначений інтеграл методом прямокутників



$$a = 7$$

$$b = 10$$

$$n = 4$$

$$h = \frac{b - a}{n} = \frac{10 - 7}{4} = 0,75$$

$$x_1 = a + h = 7 + 0,75 = 7,75$$

$$x_2 = x_1 + h = 7,75 + 0,75 = 8,5$$

$$x_3 = x_2 + h = 8,5 + 0,75 = 9,25$$

$$f(a) = a^3 = 7^3 = 343$$

$$f(b) = b^3 = 10^3 = 1000$$

$$f(x_1) = x_1^3 = 7,75^3 = 465,48$$

$$f(x_2) = x_2^3 = 8,5^3 = 614,12$$

$$f(x_3) = x_3^3 = 9,25^3 = 791,45$$

$$\int_7^{10} x^3 dx \approx h \cdot (f(a) + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3)) = 0,75 \cdot (343 + 465,48 + 614,12 + 791,45) = 1660,54$$

Чисельне інтегрування

Лабораторна робота

Оформлення

Завдання